

# Mathematik im Ressourcenmanagement

## Übungszettel 1

Überprüfen Sie Ihr Wissen!

Lösen Sie die Klammern auf und fassen Sie gegebenenfalls zusammen:	
Angabe	Lösung
$d - 2e - (f - 2g)$	$d - 2e - f + 2g$
$5e + 3x + (3x - 4e)$	$e + 6x$
$g + (2f - (g + 2f))$	0
$a + b - (2a - (b + a) - b)$	$3b$

Multiplizieren Sie aus:	
Angabe	Lösung
$-x(u + v)$	$-xu - xv$
$(4x - 0,5y)(-2u)$	$uy - 8xu$
$(2a - 3b)(4c - 5d)$	$8ac - 12bc - 10ad + 15bd$
$(4x - 2y)(3u + 2v)(a + b + c)$	$12aux - 6auy + 8avx - 4avy + 12bux$ $- 6buy + 8bvx - 4bvy$ $+ 12cux - 6cuy + 8cvx$ $- 4cvy$

Klammern Sie weit möglichst aus:	
Angabe	Lösung
$49xz - 14xu + 21xy$	$7x(7z - 2u + 3y)$
$6ac - 12abc + 36acg - 18acx$	$6ac(1 - 2b + 6g - 3x)$
$ax + 2ay + 2bx + 4by$	$(x + 2y)(a + 2b)$
$2ab - 2bc + 2au - 2av - 2cu + 2cv$	$2(a - c)(b + u - v)$

Bestimmen Sie unter Verwendung einer der binomischen Formeln:	
Angabe	Lösung
$(5x - 2z)^2$	$25x^2 - 20xz + 4z^2$
$(a - b)^2 + (b - a)^2$	$2(a^2 - 2ab + b^2)$

Schreiben Sie unter Verwendung von Binomen um:	
Angabe	Lösung
$25x^2 - 20xy + 4y^2$	$(5x - 2y)^2$
$49x^2 - 25y^2$	$(7x - 5y)(7x + 5y)$

Schreiben Sie als Dezimalbruch:	
Angabe	Lösung
$9/16$	0,5625
$11/15$	0,7333 ...
$5/9$	0,555 ...

Kürzen Sie:	
Angabe	Lösung
$\frac{14}{49}$	$\frac{2}{7}$
$\frac{12uvw}{3vwx}$	$\frac{4u}{y}$
$\frac{128ax}{96ay}$	$\frac{4x}{3y}$
$\frac{6abc - 3ax}{15ac - 12ax}$	$\frac{2bc - x}{5c - 4x}$
$\frac{25abcd - 15abu + 30ab}{20abz - 30abx}$	$\frac{5cd - 3u + 6}{4z - 6x}$
$\frac{14a - 21b}{15b - 10a}$	$\frac{7}{-5}$
$\frac{4a^2 - 20ac + 25c^2}{2ab - 5bc}$	$\frac{2a - 5c}{b}$
$\frac{25u^2 - 49v^2}{25u^2 - 70uv + 49v^2}$	$\frac{5u + 7v}{5u - 7v}$

Addieren Sie:	
Angabe	Lösung
$\frac{5}{28} + \frac{3}{8} + \frac{9}{35}$	$\frac{227}{280}$
$\frac{x-y}{xy} + \frac{x+z}{xz} - \frac{y-z}{yz}$	$\frac{2}{y}$
$\frac{3u - 12v^2}{u^2 - 14uv + 49v^2} - \frac{6}{2u - 14v}$	$\frac{-12v^2 + 21v}{(u - 7v)^2}$

Berechnen Sie:	
Angabe	Lösung
$\frac{8}{65} \cdot \frac{14}{39}$	$\frac{12}{35}$
$\frac{a^2 - 4b^2}{14a^2} \div \frac{2a + 4b}{7a}$	$\frac{a - 2b}{4a}$

Vereinfachen Sie:	
Angabe	Lösung
$\frac{\frac{b}{a} - \frac{a}{b}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$	$b - a$
$\frac{\frac{u}{v} - 1}{1 - \frac{1}{v}}$	$\frac{u - v}{v - 1}$

Fassen Sie zusammen:	
Angabe	Lösung
$x^{n-2}x^{2n+5}x^{m-3}$	$x^{3n+m}$
$\left(\frac{1}{x^2}\right)^{-3}$	$x^6$
$\left(\frac{x^4y^{-2}z^3}{a^3b}\right)^2$	$\frac{x^8y^{-4}z^6}{a^6b^2}$

Schreiben Sie mit gebrochenem Exponenten:	
Angabe	Lösung
$\sqrt{x}$	$x^{\frac{1}{2}}$
$\sqrt[3]{x^4}$	$x^{\frac{4}{3}}$
$\sqrt[5]{x^{15}}$	$x^3$
$\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$	$x^{-\frac{1}{3}}$
$\sqrt[4]{\sqrt[5]{x^2}}$	$x^{\frac{1}{10}}$

Schreiben Sie unter Verwendung von Wurzeln:	
Angabe	Lösung
$x^{0,5}$	$\sqrt{x}$
$x^{\frac{4}{5}}$	$\sqrt[5]{x^4}$
$x^{0,1}$	$\sqrt[10]{x}$
$x^{-\frac{2}{3}}$	$\sqrt[3]{x^{-2}}$

Vereinfachen Sie so, dass im Nenner keine Wurzel steht:	
Angabe	Lösung
$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$	$-(5 + 2\sqrt{6})$

Kürzen Sie:	
Angabe	Lösung
$\frac{4x^6y^7z^{12}}{12x^5y^8z^{13}}$	$\frac{x}{3yz}$
$\frac{\sqrt[4]{x} \sqrt[5]{y^2}}{\sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{y^3}}$	$\frac{1}{\sqrt[12]{x^5} \sqrt[10]{y^{11}}}$

Schreiben Sie als Logarithmus:	
Angabe	Lösung
$2^3 = 8$	$\log_2 8 = 3$
$a^{0,5} = c$	$\log_a c = 0,5$
$3^x = 3$	$\log_3 3 = x$
$e^x = 1$	$\ln 1 = x$

Bestimmen Sie:	
Angabe	Lösung
$\log 0,1$	-1
$\log 100$	2
$\ln e$	1
$\ln e^2$	2

Berechnen Sie x aus:	
Angabe	Lösung
$2 \log x = \log 125 - \log 5$	5
$\log x = \frac{1}{2}(\log 24 + \log 8 - \log 3)$	8
$\log x = \log_2 8$	1000

Untersuchen Sie, welche der folgenden Ausdrücke gleich sind:	
Angabe	Lösung
$\log \left( \prod_{i=1}^n a_i^{b_i} \right)$	a) = c)
$\log \left( \prod_{i=1}^n a_i b_i \right)$	b) = e)
$\sum_{i=1}^n b_i \log a_i$	Geben Sie hier eine Formel ein.
$n \log a + n \log b$	d) = f)
$\sum_{i=1}^n \log a_i + \sum_{i=1}^n \log b_i$	Geben Sie hier eine Formel ein.
$\log(a^n b^n)$	Geben Sie hier eine Formel ein.
$n \log a$	Geben Sie hier eine Formel ein.
$n \log a_i + n \log b_i$	Geben Sie hier eine Formel ein.

Berechnen Sie:	
Angabe	Lösung
$\sum_{i=1}^5 i^2$	57
$\sum_{k=3}^6 (5k - 3)$	11/24
$\sum_{j=0}^1 \frac{1}{(j+3)(j+1)}$	78

Lösen Sie die folgenden Gleichungen auf:	
Angabe	Lösung
$\frac{4}{5}x - \left(\frac{2}{3}x + 5\right) = \frac{4}{6}x + 3$	$x = -15$
$\frac{x+4}{x-1} = \frac{x+1}{x+2}$	$x = -\frac{3}{2}$

Lösen Sie die folgenden Gleichungen auf:	
Angabe	Lösung
$\sqrt{x} - 3 = 5$	$x = 64$
$-2 = \sqrt{2x}$	keine Lösung
$\sqrt{x+3} = 2\sqrt{x-3}$	$x = 5$

Bestimmen Sie die Lösungen folgender Gleichungen:	
Angabe	Lösung
$\frac{2}{x^3} = 54$	$x = \frac{1}{3}$
$5^x = 20$	$x = \log_5 20$
$2x^2 - 2x = 4$	$x = 2 \vee x = -1$
$x^2 - 6x + 9 = 0$	$x = 3$
$4x^2 - 2x + 4 = 0$	keine Lösung
$-3x^4 + 3x^2 = -6$	$x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$
$-2x^4 + 10x^2 - 8 = 0$	$x \in \{-1, 1, 2, -2\}$
$x^7 - 2x^6 - 8x^5 = 0$	$x \in \{0, 4, -2\}$
$4x^{10} - 24x^9 + 36x^8 = 0$	$x = 0 \vee x = 3$
$x^6 - 7x^5 = 0$	$x = 0 \vee x = 7$
$4x^2 - 36 = 0$	$x = -3 \vee x = 3$
$3x^2 + 15x = 18$	$x = -6 \vee x = 1$
$45x^2 + 15x^2 - 30x = 0$	$x \in \left\{-1, \frac{2}{3}, 0\right\}$
$x^3 + 8 = 0$	$x = -2$
$x^2 + x + 1 = 0$	keine Lösung

Formen Sie die Ungleichung so um, dass x isoliert auf einer Seite steht:	
Angabe	Lösung
$-\frac{2}{3}x + \frac{2}{9}y \leq \frac{2}{3}$	$x \geq \frac{1}{3}y - 1$

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen:	
Angabe	Lösung
$\frac{21+x}{2x} + 1 < 5$	$(-\infty, 0) \cup (3, \infty)$
$\frac{2-x}{4+x} - 5 < 0$	$\mathbb{R} \setminus [-4, -3]$
$\frac{16x}{x^2 + \frac{15}{4}} > 4$	$\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$x^2 +  x^3 - x - 2  < 0$	$\emptyset$
$\frac{5x+1}{x^2+1} > \frac{5}{x}$	$(-\infty, 0) \cup (5, \infty)$
$\frac{3x+2}{x^2+1} < 2$	$(-\infty, 0) \cup \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$
$\frac{3-x}{-2} > 1$	$(5, \infty)$
$\frac{x+2}{x-2} < 2$	$(-\infty, 2) \cup (6, \infty)$
$\frac{x-2}{x-1} < \frac{x+1}{x+2}$	$(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$
$\frac{x+3}{x} < 2$	$(-\infty, 0) \cup (3, \infty)$
$\frac{2+x^2}{x^2} < -4$	$\emptyset$
$x^4 - x^3 - 2x^2 > 0$	$(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

<b>Schreiben Sie als Intervall:</b>	
<b>Angabe</b>	<b>Lösung</b>
$\{x    x - 4  \leq 2\}$	$[2, 6]$
$\{x    x - 4  \leq 1\}$	$[3, 5]$
$\{x   x > 2 \wedge x \leq 3\}$	$(2, 3]$
$\{x    x + 1  < 1\}$	$(-2, 0)$

<b>Bestimmen Sie analytisch die Lösungsmengen der folgenden Gleichungssysteme:</b>	
<b>Angabe</b>	<b>Lösung</b>
$x + 2y = 4 \wedge 4x + 10y = 0$	$x = 20 \wedge y = -8$
$5x - 4y = 3 \wedge 2x + y = 1$	$x = \frac{7}{13} \wedge y = -\frac{1}{13}$
$8x + 2y = 10 \wedge x - y = 5$	$x = 2 \wedge y = -3$
$2x + y = 3 \wedge 10x + 5y - 10 = 0$	keine Lösung

<b>Bestimmen Sie analytisch die Lösungsmengen der folgenden nichtlinearen Gleichungssysteme:</b>	
<b>Angabe</b>	<b>Lösung</b>
$x + y = 2 \wedge x^2 - 2y = 11$	<ol style="list-style-type: none"> <li>Lösung: <math>x = 3 \wedge y = -1</math></li> <li>Lösung: <math>x = -5 \wedge y = 7</math></li> </ol>
$xy = 0 \wedge 3x + 5y = 15$	<ol style="list-style-type: none"> <li>Lösung: <math>x = 0 \wedge y = 3</math></li> <li>Lösung: <math>x = 5 \wedge y = 0</math></li> </ol>
$x^2y = 1 \wedge 2x^2 + \frac{1}{y} = 3$	<ol style="list-style-type: none"> <li>Lösung: <math>x = 1 \wedge y = 1</math></li> <li>Lösung: <math>x = -5 \wedge y = 1</math></li> </ol>
$x^2 + y^2 = 1 \wedge x - 2y = 1$	<ol style="list-style-type: none"> <li>Lösung: <math>x = 1 \wedge y = 0</math></li> <li>Lösung: <math>x = \frac{3}{5} \wedge y = \frac{4}{5}</math></li> </ol>