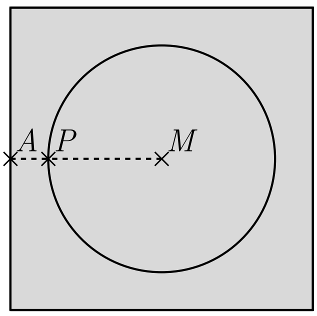
BE

7 1. Die Abbildung rechts zeigt einen Lego-Stein. Dieser Körper setzt sich in idealisierter Form aus einem Quader mit quadratischer Grundfläche und einer Halbkugel zusammen. In der Abbildung links ist der Grundriss des idealisierten Körpers zu sehen.



Der Mittelpunkt M des Kreises ist zugleich der Diagonalenschnittpunkt des Quadrats. Der Punkt A ist der Mittelpunkt einer Seite des Quadrats, während der Punkt P der Schnittpunkt der Geraden AM mit der Kreislinie ist. Der Punkt P besitzt von A den Abstand 0,5 cm. Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche des Quaders beträgt 4,5 cm, die Höhe des Quaders 3,2 cm.
Berechnen Sie jeweils auf eine Dezimale genau das Volumen in cm^3 und den Oberflächeninhalt in cm^2 dieses idealisierten Körpers.

2. Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge der Gleichung über der Grundmenge $\mathbb{R}$.

2 a) $4^x = 8$

1 b) $4^x = -8$

3 c) $\log_5 (26x - x^2) = 2$

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

3. Für die folgenden beiden Logarithmen sind jeweils geeignete Näherungswerte angegeben:

$$\log_{10}(2) \approx 0{,}3010 \qquad\qquad \log_{10}(3) \approx 0{,}4771$$

2 a) Zeigen Sie, wie man nur mit diesen beiden Angaben – ohne Verwendung eines Taschenrechners – einen Näherungswert für $\log_{10}(6)$ berechnen kann, und geben Sie diesen Wert an.

2 b) Kreuzen Sie nur diejenigen Werte an, die man ebenfalls allein mithilfe der beiden angegebenen Werte berechnen kann:

☐ $\log_{10}(4)$ ☐ $\log_{10}(7)$ ☐ $\log_{10}(9)$ ☐ $\log_{10}(11)$ ☐ $\log_{10}(12)$

2 c) Magnus sagt zu Jakob: „Wenn man weiß, dass $\log_{10}(10) = 1$ ist, dann kann man mithilfe obiger Angaben auch $\log_{10}(5)$ ohne Verwendung eines Taschenrechners näherungsweise berechnen.“ Begründen Sie, dass Magnus recht hat.

4. Die Entwicklung des Verkaufswerts (in Euro) eines PKWs eines bestimmten Typs bei durchschnittlicher jährlicher Fahrleistung von 20 000 km wird in Abhängigkeit vom Alter t des Fahrzeugs (in Jahren) modellhaft durch folgenden Term angegeben:

$$w(t) = 28\,000 \cdot 0{,}83^t.$$

2 a) Geben Sie im Sachzusammenhang die Bedeutung der im Term enthaltenen Zahlenwerte an.

3 b) Berechnen Sie, nach welcher Zeit der Verkaufswert des Fahrzeugs noch 6 000 € beträgt.

3 c) Herr Fuchs möchte einen solchen PKW als Gebrauchtwagen kaufen. Er ist bereit, einen Preis zu zahlen, der 40 Prozent unterhalb des Neupreises liegt.
Herr Fuchs hofft, dass er den Wagen bereits nach vier Jahren zu seinen Preisvorstellungen kaufen kann.
Ist die Hoffnung von Herrn Fuchs berechtigt? Begründen Sie Ihre Antwort durch geeignete Berechnungen.

1 d) Die gewählte Modellierung geht von einer exponentiellen Entwicklung des Verkaufswerts aus. Eine Modellierung, die von einer linearen Entwicklung ausgeht, wurde nicht für sinnvoll erachtet.
Geben Sie ein Argument an, das gegen eine lineare Modellierung spricht.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

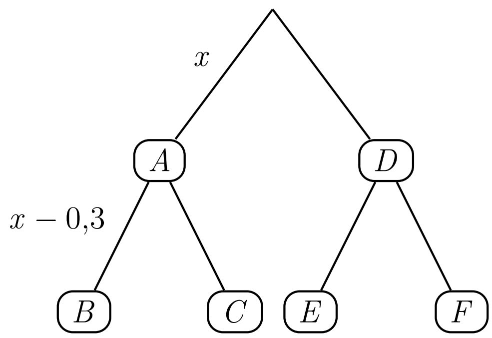
5. Betrachtet wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f : x \mapsto (x^2 + x) \cdot (x^2 - 4x + 4)$.

3 a) Ermitteln Sie die Nullstellen von f.

3 b) Geben Sie das Verhalten von f für $x \to -\infty$ und für $x \to +\infty$ an und begründen Sie Ihre Angabe.

4 c) Skizieren Sie den Graphen von f unter Verwendung der Ergebnisse der Aufgaben 5a und 5b.

6. Das rechts abgebildete Baumdiagramm gehört zu einem Zufallsexperiment mit den Ereignissen A, B, C, D, E und F. An zwei Stellen sind Wahrscheinlichkeiten durch die Terme x und $x - 0{,}3$ angegeben.
Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses $A \cap B$ beträgt 4 %.



3 a) Berechnen Sie den Wert von x.
(zur Kontrolle: $x = 0{,}4$)

1 b) Geben Sie $P_A(C)$ an.

7. Bei einer Umfrage unter Schülern erhielt man folgendes Ergebnis: 8 % der befragten Schüler haben kein eigenes Handy. Von den Schülern, die ein eigenes Handy besitzen, hat jeder zehnte auch ein eigenes Tablet. Insgesamt verfügen 13 % der Befragten über ein eigenes Tablet.
Unter den Befragten wird ein Schüler zufällig ausgewählt. Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:
H: „Der ausgewählte Schüler besitzt ein eigenes Handy."
T: „Der ausgewählte Schüler besitzt ein eigenes Tablet."

4 a) Erstellen Sie zu der beschriebenen Situation – wahlweise – entweder ein vollständig beschriftetes Baumdiagramm oder eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

3 b) Geben Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit des beschriebenen Ereignisses an:

i) Ein unter den Befragten zufällig ausgewählter Schüler besitzt ein eigenes Handy, aber kein eigenes Tablet.

ii) Ein unter den Befragten zufällig ausgewählter Schüler, der kein eigenes Handy besitzt, hat ein eigenes Tablet.

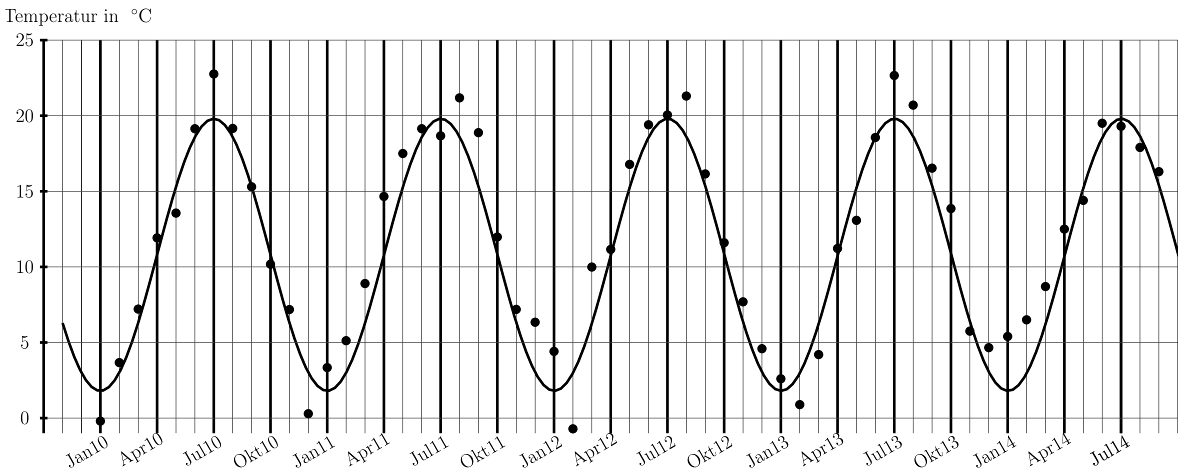
(Fortsetzung nächste Seite)

BE

8. Aufgrund langjähriger Erfahrungen wurde im Jahr 2010 eine Funktion entwickelt, die in guter Näherung die Vorhersage der monatlichen Durchschnittstemperaturen in München im Jahresverlauf ermöglicht.
Diese auf ganz $\mathbb{R}$ definierte Funktion hat den Term

$$\vartheta(x) = a \cdot \sin\left(\frac{x+b}{c} \cdot 2\pi\right) + d$$

mit den Parameterwerten $a = 9\ °\mathrm{C}$, $b = -4$, $c = 12$ und $d = 10{,}8\ °\mathrm{C}$.
Die Funktionswerte für ganzzahlige Werte von x ergeben die vorhergesagten monatlichen Durchschnittstemperaturen: Für $x = 1$ erhält man den Durchschnittswert für Januar 2010, für $x = 2$ den für Februar 2010, ..., für $x = 13$ den für Januar 2011, für $x = 14$ den für Februar 2011 usw.
Im nachfolgendem Diagramm ist der Graph der Funktion ϑ als durchgezogene Linie eingetragen. Außerdem wurden die tatsächlichen monatlichen Durchschnittstemperaturen in München als Punkte eingezeichnet.



2 a) Berechnen Sie mithilfe des Funktionsterms von ϑ, welche monatliche Durchschnittstemperatur für September 2015 in München vorhergesagt wird.

3 b) Erläutern Sie die Bedeutung der Parameter a, c und d im Sachzusammenhang.

2 c) Geben Sie je zwei Monate an, die deutlich wärmer bzw. deutlich kälter waren als die jeweils vorhergesagte monatliche Durchschnittstemperatur für München.

2 d) Viele Müncher behaupten, dass der Sommer 2014 in München zu nass und zu kalt war. Beurteilen Sie, inwieweit diese Einschätzung mit dem vorliegendem Diagramm übereinstimmt.

2 e) Geben Sie den Term einer Kosinusfunktion an, deren Graph die gleichen Vorhersagen wie die Funktion ϑ liefert.

60