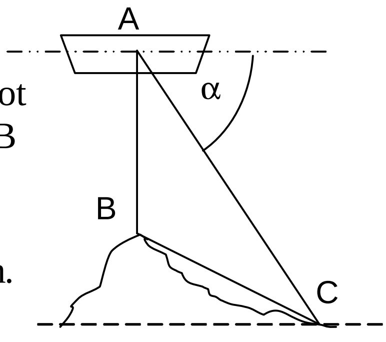
BE	
4	1. Ein Wasserhahn tropft. Die kugelförmigen Wassertropfen haben einen Durchmesser von etwa 6 mm. Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser im Laufe eines Tages verloren gehen, wenn alle drei Sekunden ein Tropfen fällt.
3	2. a) Beschreiben Sie, wie der Graph der Funktion $f: x \mapsto y = 3 \cdot \sin(2x) - 1$, $\mathbb{D} = \mathbb{R}$, aus dem Graphen zu $y = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$, hervorgeht.
2	b) Bestimmen Sie zur folgenden Gleichung die Lösungsmenge. Geben Sie dabei die Lösungen als Vielfache von π an: $\sin x = 0{,}5$ mit $-\pi \leq x \leq \pi$
4	c) Begründen Sie anhand einer geeigneten Zeichnung: $(\sin \varphi)^2 + (\cos \varphi)^2 = 1$ für $\varphi \in [\,0°; 90°\,]$
4	3. Zur Vorbereitung auf einen Tauchereinsatz wird von einem Boot aus per Echolot der Abstand vom Punkt A im Boot zum senkrecht darunter liegenden Punkt B sowie zum Punkt C des Gewässerbodens bestimmt. Die Messung ergibt: $\alpha = 48{,}8°$, $\overline{AC} = 86{,}1$ m und $\overline{AB} = 52{,}5$ m.  Berechnen Sie, um viele Meter der Punkt C tiefer unter der Wasseroberfläche liegt als der Punkt B.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE

2 4. a) Erklären Sie ohne Verwendung des Taschenrechners, dass $\log_{\frac{1}{6}} 216 = -3$ gilt.

Ermitteln Sie anschließend mit Hilfe dieser Beziehung und ohne Verwendung des Taschenrechners den Termwert von $\log_{\frac{1}{6}} \sqrt[7]{216}$.

4 b) Lösen Sie die Gleichung $27 \cdot 3^{4x} = 9^{1-x}$ in der Grundmenge $\mathbb{R}$.

5. Maurice bekam vor sieben Jahren einen größeren Geldbetrag zu Weihnachten geschenkt. Er legte damals diesen Geldbetrag sofort für die Dauer von 10 Jahren zu einem konstanten Zinssatz so an, dass das Geld seitdem jährlich mit Zins und Zinseszins verzinst wird. Leider kann er sich an den ursprünglich eingezahlten Betrag nicht mehr erinnern; auch die Kontoauszüge der ersten drei Jahre findet er in seinen Unterlagen nicht. Erst ab dem 4. Jahr liegen ihm die Kontoauszüge vor:

Anzahl der seit Einzahlung vergangen Jahre	4	5	6	7
Geldbetrag in €	2759,53	2828,52	2899,23	2971,71

2 a) Berechnen Sie den Zinsatz, mit dem das Guthaben jährlich anwächst, auf eine Dezimalstelle genau. [Ergebnis: 2,5 %]

6 b) Berechnen Sie, welchen Geldbetrag Maurice ursprünglich eingezahlt hat. Geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an, der das Wachstum des Guthabens beschreibt.
Berechnen Sie, wie groß das Guthaben nach der Laufzeit von 10 Jahren sein wird.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	6. Bei einer ärztlichen Untersuchung an 1731 Männern zeigte ein Test bei 379 Männern ein positives Testergebnis, d. h. eine bestimmte Erkrankung, an (Ereignis P: „Testergebnis ist positiv“). Bei einer genauen Kontrolle stellte sich heraus, dass unter allen Teilnehmern an der Untersuchung diese Erkrankung jedoch bei insgesamt 508 Männern vorhanden war (Ereignis K: „Patient ist erkrankt“). Bei 142 Männern lag die Krankheit vor und der Test zeigte ein negatives Ergebnis an.
4	a) Erstellen Sie für die Ereignisse P und K eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel mit absoluten Häufigkeiten.
2	b) Ein Kennzeichen eines guten Testverfahrens ist eine hohe Sensitivität. Sie gibt den Anteil der Personen unter den Erkrankten an, bei denen der Test positiv ausgefallen ist. Berechnen Sie die Sensitivität des Testes. (Ergebnis in Prozent auf eine Nachkommastelle genau)
2	c) Ein zweites Kennzeichen ist die sog. Spezifität des Tests, d. h. die Wahrscheinlichkeit, mit der beim Test Gesunde als gesund erkannt werden. Berechnen Sie die Spezifität des Testes. (Ergebnis in Prozent auf eine Nachkommastelle genau)
1	d) Bestätigen Sie: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein aus der Testgruppe zufällig ausgewählter Mann erkrankt ist, beträgt etwa 29,3 %.
4	e) Aus der Testgruppe werden nacheinander zufällig zwei verschiedene Männer ausgewählt. Berechnen Sie mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau einer der ausgewählten Männer erkrankt ist. (Ergebnis in Prozent auf eine Nachkommastelle genau)
6	7. a) Geben Sie für die folgenden Funktionen das Verhalten für $x \to +\infty$ an. Machen Sie Ihre Antwort jeweils plausibel. $f: x \mapsto \frac{3-10x^2}{2x^2-4},\ \mathbb{D} = \mathbb{D}_{max}$ $g: x \mapsto 7 \cdot 0{,}5^x + \frac{1}{x^2},\ \mathbb{D} = \mathbb{D}_{max}$ $h: x \mapsto 2x \cdot \sin x,\ \mathbb{D} = \mathbb{D}_{max}$
4	b) Begründen Sie anhand geeignet gewählter Beispiele für die Funktionen f und g: *Aus* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ *und* $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ *kann man nicht* $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) + g(x)) = 0$ *folgern.*

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
6	8. Gegeben sind die folgenden Terme von Funktionen f_1 bis f_6 mit jeweils maximaler Definitionsmenge:

$f_1(x) = x^4 - 3x^2$

$f_2(x) = (x+2)\left(\frac{1}{2}x^2 - x + 1\right)$

$f_3(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

$f_4(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

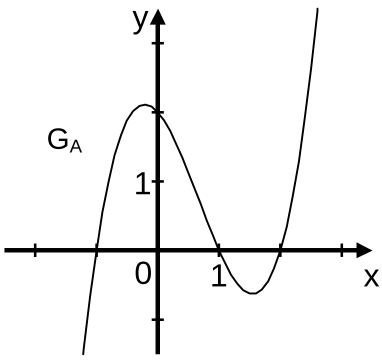
$f_5(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(x+1)^2}$

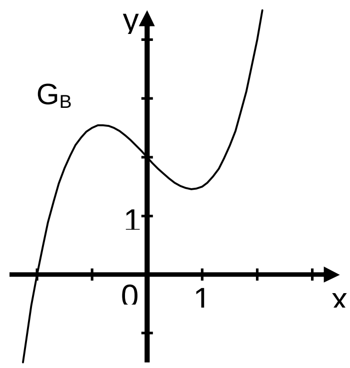
$f_6(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{x^2 - 1}$

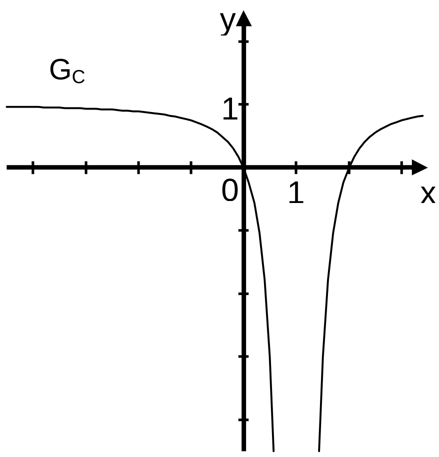
Die Graphen G_A bis G_D gehören jeweils zu einer der oben angegebenen Funktionen. Ordnen Sie zu. Begründen Sie Ihre Entscheidungen jeweils ausreichend.

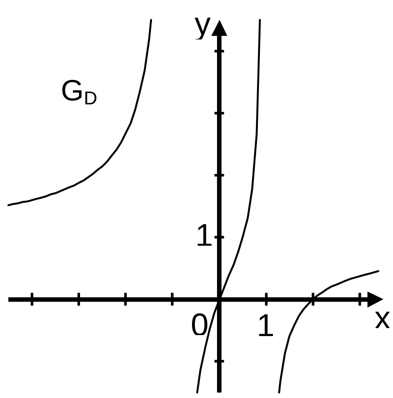
Mögliche Argumente können z. B. sein: der Funktionstyp, die Schnittpunkte mit den Achsen, die Definitionslücken, das Verhalten im Unendlichen, Symmetrie, …

Die Verwendung weiterer berechneter Funktionswerte in den Begründungen ist nicht zulässig.









60