1. Zinsrechnung

1.1. Unterjährige einfache Verzinsung:

Berechnung der Tage im Jahr	Zinsformel ($T_2>T_1$)
T_i = (aktueller Monat − 1)· 30 + Tag im Monat	$K_t = K_0\left(1 + i \cdot \frac{T_2 - T_1}{360}\right)$

1.2. Zinseszinsformeln

für n ganze Zinsperioden	gemischte Verzinsung	nicht ganzzahlige Hochzahl
$K_n = K_0(1+i)^n = K_0 q^n$	$K_t = K_0(1 + i \cdot t_1)(1+i)^n(1 + i \cdot t_2)$	$K_t = K_0(1+i)^t$

Unterjährige Verzinsung mit Zinseszinsen

relative Periodenzinsrate i^* mit $i^* = i_{nom}/m$	die zu i_{nom} konforme Periodenzinsrate i'	effektive Zinsrate	Stetige Verzinsung
$K_s = K_0(1+i^*)^s$	$(1+i')^m = (1+i_{nom})$	$i_{eff} = \left(1 + \frac{i_{nom}}{m}\right)^m$ -1	$K_t = K_0 e^{i \cdot t}$

1.3. Barwerte (Gegenwartswerte)

unterjährig($T_2>T_1$)	von n ganzen Perioden	eines nicht ganzzahligen Zeitraumes t
$K_0 = \frac{K_t}{1 + i \cdot \frac{T_2 - T_1}{360}}$	$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n}$	$K_0 = \frac{K_t}{(1+i)^t}$

1.4. Lösung quadratischer Gleichung:

Gegeben: $x^2 + px + q = 0$ Lösung: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

2. Rentenrechnung

2.1. nachschüssige Renten

Endwert	Barwert	Laufzeit aus Endwert	Laufzeit aus Barwert	Barwert ewiger Rente
$R_n = r\frac{q^n - 1}{q - 1}$	$R_0 = r\frac{q^n - 1}{q^n(q-1)}$	$n = \frac{\ln\left(1 + \frac{R_n \cdot i}{r}\right)}{\ln q}$	$n = \frac{-\ln\left(1 - \frac{R_0 \cdot i}{r}\right)}{\ln q}$	$R_0 = \frac{r}{i}$

2.2. vorschüssige Renten

Endwert	Barwert	Barwert ewiger Rente
$R_n = r' q \frac{q^n - 1}{q - 1}$	$R_0 = r' q \frac{q^n - 1}{q^n(q-1)}$	$R_0 = r' + \frac{r'}{i}$

2.3. unterjährige Renten

Konforme jährliche nachschüssige Ersatzrentenrate r_e einer unterjährig...

...nachschüssigen Rente r	...vorschüssigen Rente r
$r_e = r \cdot \left(m + \frac{(m-1)}{2} i\right)$	$r_e = r \cdot \left(m + \frac{(m+1)}{2} i\right)$

3. Tilgungsrechnung

3.1. Konstante Annuitäten (vollständige Rückzahlung nach *n* Jahren)

Konstante Annuitäten	Zinsen	Tilgung	Restschuld (zu Beginn des k-ten Jahres)
$A = S\frac{q^n(q-1)}{q^n - 1}$	$Z_k = A \cdot (1 - q^{k-1-n})$	$T_k = Aq^{k-1-n}$	$R_k = S\frac{q^n - q^{k-1}}{q^n - 1}$

3.2. Konstante Annuitäten (teilweise Rückzahlung nach *n* Jahren, *A* gegeben)

Tilgung	Zinsen	Restschuld (zu Beginn des k-ten Jahres)	Laufzeit zur vollständigen Tilgung
$T_k = (A - S \cdot i) \cdot q^{k-1}$	$Z_k = A - T_k$	$R_k = \frac{Z_k}{i}$	$n = \frac{-\ln(1 - S \cdot i/A)}{\ln(q)}$

3.3. Konstante Tilgungsquote (Laufzeit *n* Jahre)

Tilgungsquote bei vollst. Rückzahlung	Tilgungsquote ist gegeben	Restschuld zu Beginn des k-ten Jahres	Zinsquote Ende k. Jahr	Rate Ende k. Jahr
$T = T_k = S/n$	T	$R_k = S - (k-1)T$	$Z_k = R_k \cdot i$	$A_k = T + Z_k$

4. Lineare Algebra

Matrixmultiplikation

$A \cdot B = C = (c_{ij})_{m\times n}$ *mit* $c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} \cdot b_{kj}$

Determinante

$\mathrm{Det}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$

Lösung lin. Gl.-System $Ax=b$: Umformen bis $Ex=A^{-1}b$

Berechnung inverse Matrix zu A: $Ax+Ey=0$ umformen bis $Ex+A^{-1}y=0$

Leontiefmodell: A sei die Direktverbrauchmatrix. $y = [E - A] \cdot x \Leftrightarrow x = [E-A]^{-1} \cdot y$

5. Differentialrechnung

Ableitung elementarer Funktionen

$(x^b)' = bx^{b-1}$; $(ln(x))' = \dfrac{1}{x}$; $(e^x)' = e^x$; $(c)' = 0$; $(log_a x)' = \dfrac{1}{(x\, ln\, a)}$; $(a^x)' = a^x\, ln\, a$;

Ableitungsregeln:

Summenr.: $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$;

Produktr.: $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$;

Produktr. mit Konstante c: $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$;

Quotientenr.: $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$;

Kettenr.: $\big(g(f(x))\big)' = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

Elastizität: $p = p(x)$ mit p = Preis und x = Menge; $x(p)$ sei die Umkehrfkt. zu $p(x)$;
Preis(p)-Elastizität der Nachfrage(x): $\varepsilon_{x,p} = x'(p) \cdot \dfrac{p}{x(p)} = \dfrac{1}{\varepsilon_{p,x}} = \dfrac{1}{p'(x)\cdot \frac{x}{p(x)}}$

6. Funktionen mehrerer Variablen

Optimierung f(x, y) ohne Nebenbed.: Gl.-System $f_x = 0$; $f_y = 0$ lösen und überprüfen:

Hesse-Matrix

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f_{xx}(x,y)} & \boldsymbol{f_{xy}(x,y)} \\ \boldsymbol{f_{yx}(x,y)} & \boldsymbol{f_{yy}(x,y)} \end{pmatrix}$$

Hinreichende Kriterien für…

Max: $\boldsymbol{f_{xx} < 0; Det(H) > 0}$

Min: $\boldsymbol{f_{xx} > 0; Det(H) > 0}$

SP: $\boldsymbol{Det(H) < 0}$

Optimierung f(x_1, x_2) unter Nebenbed. g(x_1, x_2) = 0: Setze Nebenbed. in *f* ein und optimiere.

Lagrangefunktion: L(x_1, x_2, λ)= f(x_1, x_2) + λ g(x_1, x_2): Löse Gl.-System der partiellen Abl..

7. Integralrechnung

Elementare Stammfunktionen

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$(für $n \neq -1$);

$\int \frac{1}{x} dx = \begin{cases} ln(x) + c \text{ für } x > 0 \\ ln(-x) + c \text{ für } x < 0 \end{cases}$;

$\int e^x dx = e^x + c$;

$\int a^x dx = \frac{a^x}{ln(a)} + c$ (für $a > 0$ und $a \neq 1$)

Integrationsregeln:

$$\int_a^b f(x)dx = \quad F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a); \qquad \int_a^a f(x)dx = 0; \qquad \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Analog zur Summenregel und zur Produktregel mit Konstante gilt:
$\int a \cdot f(x) + b \cdot g(x) dx = a \cdot \int f(x)dx + b \cdot \int g(x)dx$;

Analog zur Produktregel der Differentialrechnung gilt:
$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx$;

Substitutionsregel: Sei $z = m \cdot x + n$ eine lineare Substitution und $F'(z) = f(z)$. Dann gilt:

$$\int_a^b f(m \cdot x + n) dx = \frac{1}{m} \int_{m\cdot a+n}^{m\cdot b+n} f(z) dz$$