

Übungsklausur „Mathematische Grundlagen der Informatik“

1. (10 P.) Stellen Sie die Zahl $(6666, 25)_{10}$ im Oktalsystem und im Dualsystem dar.
Lösung: $(1101000001010, 01)_2$ bzw. $(15012, 2)_8$

2. (8 P.) Berechnen Sie $42^{42^{424}} \bmod 13$.
Lösung: 3

3. (8 P.) Wie hoch muss der jährliche Zinssatz bei Zinseszinsrechnung sein, wenn sich ein Anfangskapital in 10 Jahren verdoppeln soll?
Lösung: 7,18 %

4. (10 P.) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $f(x) = x^3 - 5x^2 - 16x + 80$. Hinweis: Eine Nullstelle finden Sie als ganzzahligen Teiler des absoluten Glieds.
Lösung: $x_1 = 4, x_2 = 5, x_3 = -4$

5. (8 P.) Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{e^{-3x} + x^2}{(3x + 7)^2}$.
Lösung: $f'(x) = \frac{14x - 9(x + 3)e^{-3x}}{(3x + 7)^3}$

6. (10 P.) Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(\sin(\frac{\pi x}{2}))}{e^x - ex}$$

Lösung: $-\frac{\pi^2}{4e}$

7. (8 P.) Bestimmen Sie die Stammfunktion der Funktion $f(x) = x\sqrt{x^2 + 13}$.
Lösung: $F(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 13)^{\frac{3}{2}} + C$

8. (12 P.) Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ -2 & 0,5 & 0 \end{pmatrix}$ und der Vektor $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie A^{-1} und die Lösung des Gleichungssystems $A \cdot x = b$.

Lösung: $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 16 & -4 & 18 \\ -7 & 2 & -8 \end{pmatrix}$ bzw. $x = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

9. (6 P.) Bestimmen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -1 & 6 & -4 \\ -4 & -3 & 7 \end{pmatrix}$.

Lösung: 1

10. (9 P.) Bestimmen Sie mit der Lagrangemethode für die Nutzenfunktion $U(x, y) = 3xy - 5x + 7y + 13$, in der x und y die Mengen zweier Güter mit den Preisen $p_x = 7$ bzw. $p_y = 5$ sind, unter der Nebenbedingung eines verfügbaren Budgets von $Y = 62$ die Mengenverteilung, die zum maximalen Nutzen führt.

Lösung: $x = \frac{8}{3}$ und $y = \frac{26}{3}$