

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

1. Bestimmen Sie den Grenzwert der folgenden Funktionen, wenn $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$

a) $f(x) = \frac{3x^5 - 2x^4 + 1}{8x^5 + 3x^3 - 2x}$

b) $f(x) = \frac{4}{x-8}$

c) $f(x) = \frac{6x}{2x+1}$

d) $f(x) = \frac{8x^2 + 3}{4x^2 + x}$

e) $f(x) = \frac{7-x^3}{x^4}$

2. Der Wochenlohn eines Facharbeiters hängt von der geleisteten Arbeitsstundenzahl x ab. Der erste Arbeiter erhält unabhängig von der Anzahl der Stunden 30,- Euro pro Stunde, der zweite Arbeiter 29,- Euro pro Stunde für $x \leq 36$ und 50,- Euro pro Stunde für jede weitere Stunde. Der dritte Arbeiter erhält 25,- Euro pro Stunde für $x \leq 36$ bzw. 35,- Euro, falls er mehr als 36 Stunden arbeitet. Wir erhalten die reellen Funktionen $f_1, f_2, f_3: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ mit:

$$f_1(x) = 30x, \quad x \in [0, \infty[$$

$$f_2(x) = \begin{cases} 29x & \text{für } x \leq 36 \\ 1044 + 50(x - 36) & \text{für } x > 36 \end{cases}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} 25x & \text{für } x \leq 36 \\ 35x & \text{für } x > 36 \end{cases}$$

die jeweils den Lohn der drei Facharbeiter angeben. Stellen Sie die drei Funktionen für $x \in [30, 40]$ grafisch dar. Welche der drei Funktionen sind in $x = 36$ stetig und welche sind in $x = 36$ differenzierbar?

3. Besitzt diese Funktion Grenzwerte für die Punkte, für die sie nicht definiert ist? Welche sind diese Grenzwerte? Kann die Funktion stetig ergänzt werden und falls ja, durch welche Werte?

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

4. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich dieser Funktion. Besitzt diese Funktion Grenzwerte für die Punkte, für die sie nicht definiert ist? Welche sind diese Grenzwerte? Kann die Funktion stetig ergänzt werden und falls ja, durch welche Werte?

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x - 6}$$

5. Für welche Werte $d \in \mathbb{R}$ (Stetigkeitsergänzung) ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-7x^2 + 63x - 98}{x^2 + 3x - 10} & x > 2 \\ d & x < 2 \end{cases}$$

stetig? (Begründen Sie mathematisch)